

## ЗАДАНИЯ ПРОДВИНУТОГО УРОВНЯ ПО АЛГЕБРЕ

*Инструкция. Запишите развёрнутую запись решения с обоснованием: последовательные логические действия и их объяснения*

1. Вычислить длину сторон прямоугольника, площадь которого  $144 \text{ см}^2$ , имеющего наименьший периметр.
2. Исследуйте функцию  $y = 5x^3 - 3x^5$  и постройте график.
3. Исследуйте функцию  $y = x^3 + 6x^2 + 9x$  и постройте ее график.
4. Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2}{x+2}$  и постройте ее график.
5. Исследуйте функцию и постройте ее график:  $y = x^3 - 3x$ .
6. Исследуйте функцию и постройте ее график:  $y = 3x - x^3$ .
7. Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2}{x-2}$  и постройте ее график.
8. Исследуйте функцию  $y = \frac{8}{x} + \frac{x}{2}$  и постройте ее график.
9. Исследуйте функцию  $y = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$  и постройте ее график.
10. Исследуйте функцию  $y = 2 + 5x^3 - 3x^5$  и постройте график.
11. Исследуйте функцию  $y = 3x^5 - 5x^3$  и постройте график.
12. Найдите длины сторон прямоугольника с периметром  $72 \text{ см}$ , который имеет наибольшую площадь.
13. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 6$  на отрезке  $[-3; 3]$ .
14. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$  на отрезке  $[-2; 2]$ .
15. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = 6x - x^2 - 5$  и  $y = x - 1$ .
16. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = -2x - x^2, y = 0$ .
17. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = 4 - x^2, y = 0, x = -1, x = 1$ .
18. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = 4 - x^2, y = 2 - x$ .
19. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = 9 - x^2, y = 0, x = -1, x = 1$ .
20. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = -x^2 - 4x$  и  $y = x + 4$ .
21. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = 2x - x^2, y = 0$ .

22. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = 4 - x^2$ ,  $y = x + 2$ .
23. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = 4x - x^2$  и  $y = 4 - x$ .
24. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = 8x - x^2 - 2$  и  $y = x + 8$ .
25. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями  $y = 8x - x^2 - 7$  и  $y = x + 3$ .
26. Найдите ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.
27. Найдите точки максимума функции  $f(x) = x^3 - 3x^2$ .
28. Найдите точки минимума функции  $f(x) = x^3 + 3x^2$ .
29. Разбейте число 6 на два неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение их квадратов было наибольшим.
30. Решите неравенство:  $\frac{1}{27} < 3^{2-x} \leq 27$ .
31. Решите неравенство:  $\frac{1}{16} \leq 2^{3-x} < 8$ .
32. Решите неравенство:  $4^x - 6 \cdot 2^{x-1} \geq 4$ .
33. Решите неравенство:  $9^x - 6 \cdot 3^{x-1} \leq 3$ .
34. Решите уравнение:  $16^x - 15 \cdot 4^x - 16 = 0$ .
35. Решите уравнение:  $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ .
36. Решите уравнение:  $\log_3^2 x - 4\log_3 x = -3$ .
37. Решите уравнение:  $\log_5^2 x + \log_5 x = 2$ .
38. Решите уравнение:  $\sin 2x + \sin x = 2 \cos x + 1$ .
39. Решите уравнение:  $\sin 2x - \cos x = 2 \sin x - 1$ .
40. Решите уравнение:  $2 \cos^2 x - \sin x - 1 = 0$ .
41. Решите уравнение:  $2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ .
42. Среди прямоугольников, сумма длин трех сторон которого равна 20, Найдите прямоугольник наибольшей площади.
43. Упростите выражение:  $\frac{\cos 3\alpha - \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha + \cos 2\alpha}$ .
44. Упростите выражение:  $\frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha - 2 \sin 2\alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha - 2 \cos 2\alpha}$ .
45. Число 20 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение куба первого слагаемого на второе слагаемое было наибольшим.