

## ЗАДАНИЯ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ ПО АЛГЕБРЕ

*Инструкция. Запишите развёрнутую запись решения без обоснования и ответ.*

1. Вычислите значение выражения:  $10^{2 \lg 5} - 49^{\log_7 4}$ .
2. Вычислите значение выражения:  $2^{\frac{4}{\log_{30} 16}}$ .
3. Вычислите значение выражения:  $25^{1 + \log_5 2}$ .
4. Вычислите значение выражения:  $5^{\frac{2}{\log_{12} 25}}$ .
5. Вычислите значение выражения:  $6^{2 \log_6 9} - 25^{\log_5 3}$ .
6. Вычислите значение выражения:  $9^{1 - \log_3 6}$ .
7. Вычислите значение выражения:  $-4^{\log_2 \sqrt{7}} - 1$ .
8. Вычислите интеграл  $\int_1^4 \left(3x^2 - \frac{1}{x^2}\right) dx$ .
9. Вычислите интеграл:  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$ .
10. Вычислите интеграл:  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ .
11. Вычислите интеграл:  $\int_0^{-\frac{\pi}{24}} \frac{2dx}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .
12. Вычислите интеграл:  $\int_0^{-\frac{\pi}{24}} \frac{dx}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .
13. Вычислите интеграл:  $\int_0^1 \sqrt[3]{x} dx$ .
14. Вычислите интеграл:  $\int_0^1 \sqrt{x} dx$ .
15. Вычислите интеграл:  $\int_1^3 (4x^3 - 4x) dx$ .
16. Вычислите интеграл:  $\int_1^4 (2x - 3x^2) dx$ .
17. Для движущейся точки, скорость которой  $v(t) = 3t^2 + 12t - 1$ , найдите значение скорости в момент, когда ускорение равно  $18 \text{ м/с}^2$ .
18. Для движущейся точки, скорость которой  $v(t) = 6t + 3t^2 - 4$ , найдите значение скорости в момент, когда ускорение равно  $12 \text{ м/с}^2$ .
19. Для функции  $f(x) = 2x + 3$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $M(1; 2)$ .

20. Для функции  $f(x) = 4x - 1$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $M(-1; 3)$ .
21. Запишите значения функции  $\cos 120^\circ$ ,  $\cos 90^\circ$ ,  $\cos 30^\circ$  в порядке возрастания.
22. Запишите значения функции  $\sin(-20^\circ)$ ,  $\sin 90^\circ$ ,  $\sin 20^\circ$  в порядке возрастания.
23. Найдите значение выражения:  $\frac{9^{\log_3 7}}{27^{\log_3 5}} + 4^{\frac{1}{\log_{25} 16}}$ .
24. Найдите значение выражения:  $3^{\log_3 14 - \log_3 7} + \log_{\sqrt{3}} 27$ .
25. Найдите значение выражения:  $\log_{27} 15 - \frac{1}{3} \log_3 5$ .
26. Найдите значение выражения:  $2 \log_5 15 - 4 \log_{25} 3$ .
27. Найдите значение производной функции  $y = \frac{4x-7}{x^2+4}$  в точке  $x_0 = 0$ .
28. Найдите значение производной функции  $f(x) = \sqrt{2x+1}$  в точке  $x_0 = 7,5$ .
29. Найдите значение производной функции  $f(x) = \sqrt{5x+1}$  в точке  $x_0 = 3$ .
30. Найдите значение производной функции  $y = \frac{x}{x^2+1}$  в точке  $x_0 = 0$ .
31. Найдите координаты точек пересечения графиков функций  $y = 4^{x-3}$  и  $y = 65 - 4^x$ .
32. Найдите координаты точек пересечения графиков функций  $y = 3^{x-2}$  и  $y = 3^{x-3} + 6$ .
33. Найдите множество значений функции  $y = 2 |\sin x| - 1$ .
34. Найдите множество значений функции  $y = 2 + 3 |\cos x|$ .
35. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = x + \frac{4}{x}$  на отрезке  $[1; 3]$ .
36. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = x + \frac{9}{x}$  на отрезке  $[1; 4]$ .
37. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y = \frac{x^2+8}{x+1}$  на отрезке  $[0; 3]$ .
38. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y = \frac{x^2+8}{x-1}$  на отрезке  $[-3; 0]$ .
39. Найдите наименьший период функции  $y = \cos x \cos 3x - \sin x \sin 3x$ .
40. Найдите наименьший период функции  $y = \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x$ .
41. Найдите нули функции  $y = \cos^2 x - \sin^2 x$  на промежутке  $[0; \pi]$ .
42. Найдите нули функции  $y = \sin x \cdot \cos x$  на промежутке  $[0; 2\pi]$ .

43. Найдите область определения и множество значений функции, обратной к функции  $y = \frac{3}{x-4}$ .
44. Найдите область определения и множество значений функции, обратной к функции  $y = \frac{4}{x+5}$ .
45. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{x^2 + x - 2}$ .
46. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$ .
47. Найдите область определения функции  $f(x) = \log_2(x^2 + 2x - 3)$ .
48. Найдите область определения функции  $f(x) = \log_2(x^2 + x - 2)$ .
49. Найдите область определения функции  $f(x) = \sqrt{\sin x - 1}$ .
50. Найдите область определения функции  $f(x) = 0,7\sqrt{x^2+7x+10}$ .
51. Найдите область определения функции  $f(x) = 3\sqrt{x^2-6x+7}$ .
52. Найдите область определения функции  $f(x) = 3\sqrt{x^2-6x-7}$ .
53. Найдите область определения функции  $f(x) = \log_2(x^2 + x - 2)$ .
54. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{3-x}}{3^x-1}$ .
55. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{\cos x + 1}$ .
56. Найдите область определения функции  $y = \frac{1}{\lg\left(\frac{3-x}{x-5}\right)}$ .
57. Найдите область определения функции  $y = \frac{1}{\lg\left(\frac{x-2}{4-x}\right)}$ .
58. Найдите промежутки, на которых функция  $y = \frac{x^2+1}{x}$  возрастает.
59. Найдите промежутки, на которых функция  $y = \frac{x^2}{x+1}$  убывает.
60. Найдите точки пересечения графика функции  $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$  с осью абсцисс.
61. Найдите точки пересечения графика функции  $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$  с осью абсцисс.
62. Найдите точки, в которых пересекаются графики функций  $y = \sqrt{4x + 5}$  и  $y = x$ .
63. Найдите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \sqrt{4x - 3}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

64. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = -0,5x^2 + 2x$  в точке  $x_0 = -2$ .
65. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = 0,5x^2 - 3x$  в точке  $x_0 = -2$ .
66. Определите вид числа:  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - 2\sqrt{6}$ .
67. Определите вид числа:  $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - 2\sqrt{42}$ .
68. При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = \sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x + x$ .
69. При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = \sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x + 1,5x$ .
70. Решите неравенство  $f'(x) \leq 0$ , если  $f(x) = -2x^2 + 8x + 7$ .
71. Решите неравенство  $f'(x) \geq 0$ , если  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 5$ .
72. Решите неравенство:  $5^x + 5^{x+2} \leq 130$
73. Решите неравенство:  $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 3) > -1$ .
74. Решите неравенство:  $(0,3)^{\frac{x^2-x-12}{x}} \geq 1$ .
75. Решите неравенство:  $(0,7)^{\frac{x^2+x-6}{x}} \leq 1$ .
76. Решите неравенство:  $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 4) > -5$ .
77. Решите неравенство:  $\log_{0,5}(x + 8) > \log_{0,5}(x - 3) + \log_{0,5}(3x)$ .
78. Решите неравенство:  $\log_2(2x + 15) < \log_2(5x) + \log_2(x - 4)$ .
79. Решите неравенство:  $4^{x+1} + 4^x \geq 320$ .
80. Решите систему неравенств:  $\begin{cases} x^2 - x \geq 0, \\ |x| < 2 \end{cases}$ .
81. Решите систему неравенств:  $\begin{cases} x^2 + 2x > 0, \\ |x + 1| \leq 2 \end{cases}$ .
82. Решите уравнение  $\log_{0,2}(2x + 5) = 1$ .
83. Решите уравнение  $\sqrt{x^2 - 8x + 12} = 6 - x$ .
84. Решите уравнение  $\sin^2 x - \sin x = 0$ .
85. Решите уравнение  $4^{x+1} + 4^{x-2} = 260$ .
86. Решите уравнение  $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = \cos 5x \cos 3x + \sin 5x \sin 3x - x$ .

87. Решите уравнение:  $\log_9(\cos^2 x + 2,5) = 0,5$ .
88. Решите уравнение:  $\left(\frac{1}{4}\right)^x \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^x = \frac{16}{81}$ .
89. Решите уравнение:  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$ .
90. Решите уравнение:  $\cos^2 x - \cos x = 0$ .
91. Решите уравнение:  $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 1) = -2$ .
92. Решите уравнение:  $\log_{\frac{2}{3}} x - 4 \log_3 x = -3$ .
93. Решите уравнение:  $\log_{\frac{2}{5}} x + \log_5 x = 2$ .
94. Решите уравнение:  $\log_{0,1}(x^2 + 3x) = -1$ .
95. Решите уравнение:  $\log_{0,2}(2x + 5) = 1$ .
96. Решите уравнение:  $\log_{0,5}(x^2 - x) = -1$ .
97. Решите уравнение:  $\log_{16}(\sin^2 x + 3,5) = 0,5$ .
98. Решите уравнение:  $\sin^2 x - \sin x = 0$ .
99. Решите уравнение:  $\sqrt{x^2 + 4x - 5} = 1 - x$ .
100. Решите уравнение:  $\sqrt{x^2 - 8x + 12} = 6 - x$ .
101. Решите уравнение:  $\sqrt{15 - 3x} - 1 = x$ .
102. Решите уравнение:  $\sqrt{15 - 3x} = x + 1$ .
103. Решите уравнение:  $16^x - 15 \cdot 4^x - 16 = 0$ .
104. Решите уравнение:  $\sqrt{2x + 4} = \sqrt{x + 2}$ .
105. Решите уравнение:  $\sqrt{3x + 7} = 7 - x$ .
106. Решите уравнение:  $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$ .
107. Решите уравнение:  $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$ .
108. Решите уравнение:  $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ .
109. Решите уравнение:  $\sqrt{x + 2} = \sqrt{2x - 4}$ .
110. Решите уравнение:  $4 \cos 3x + 4 = 0$ .
111. Решите уравнение:  $4 \sin 2x + 4 = 0$ .
112. Решите уравнение:  $x + \sqrt{3x + 7} = 7$ .

113. Тело движется по закону  $s(t) = \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{3}t^3 - 7t + 2$ . Найдите скорость и ускорение через 2 сек после начала движения ( $s$  измеряется в метрах).
114. Тело движется по закону  $s(t) = \frac{1}{5}t^5 + \frac{1}{3}t^3 + 20t - 3$ . Найдите скорость и ускорение через 2 сек после начала движения ( $s$  измеряется в метрах).
115. Упростите выражение  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - 2\sqrt{6}$ .
116. Упростите выражение  $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - 2\sqrt{42}$ .
117. Упростите выражение:  $\frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha - 2 \sin 2\alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha - 2 \cos 2\alpha}$ .
118. Упростите выражение:  $\left( \frac{a^{\frac{1}{2}}+2}{a+2a^{\frac{1}{2}}+1} - \frac{a^{\frac{1}{2}}-2}{a-1} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{1}{2}}}$  при  $a > 0, a \neq 1$ .
119. Упростите выражение:  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - 10$ .
120. Упростите выражение:  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} - 12$ .
121. Упростите выражение:  $\frac{\cos 3\alpha - \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha + \cos 2\alpha}$ .
122. Упростите выражение:  $\left( \frac{\frac{x-y}{\frac{3}{x^4} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^4}}}{\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{4}}}} \right) \cdot \left( \frac{x}{y} \right)^{\frac{1}{2}}$  при  $x > 0, y > 0$ .
123. Упростите выражение:  $a^{\sqrt{3}+2} \cdot \left( \frac{1}{a^{\sqrt{3}-1}} \right)^{\sqrt{3}+1}$  при  $a > 0$ .
124. Упростите выражение:  $(a - b) \sqrt{\frac{y^2}{a^2 - 2ab + b^2}}$ , если  $y < 0, a > b$ .
125. Упростите выражение:  $a^{4+\sqrt{5}} \cdot \left( \frac{1}{a^{\sqrt{5}-1}} \right)^{\sqrt{5}+1}$  при  $a > 0$ .
126. Упростите выражение:  $\sqrt{b(\sqrt{a} + \sqrt{a-b})(\sqrt{a} - \sqrt{a-b})}$ , если  $b < 0$ .